TRL校准的解析计算方法

Analytical Calculations for TRL Calibration

Kassem Hamze[1,2]，Edouard De Ledinghen[1]，Daniel Pasquet[2] 和 Philippe Descamps[2]；
1：诺曼底大学，2：Presto工程欧洲分公司

众所周知的TRL校准方法可以消除被测器件（DUT）输入和输出端口的测量误差。它使用矩阵形式表达，因而在实验性软件中并不容易实现。在本文中，我们提供了TRL计算过程的解析式版本，可以更容易在代码中实现。

矢量网络分析仪（VNA）通常被校准到它们自己的参考平面上，而这些参考平面通常不同于DUT的参考平面。在使用VNA进行S参数测量时，通过使用各种连接装置连到DUT进行测量。而这些连接装置，例如射频电缆和接头，会导致相移、损耗和失配，从而引入测量误差（参见图1）。必须通过校准来消除这些误差，才能获得DUT的真实特性。可采用各种校准方法——例如短路、开路、负载、直通（SOLT）方法，直通、反射、传输线（TRL）方法，或者直通、反射、匹配（TRM）方法——来确定测试错误项。大多数校准方法都需要精准的的标准件，而TRL校准则不依赖于完全已知的标准件。[1-4]

TRL校准

DUT的S参数由图2a中所示的信号流图表示。而实际测量到的DUT的原始S参数，则包括了测量误差，可用图2b中所示的信号流图表示。由图1中所示的误差框代表的误差项的S参数可按如下方法确定。

在前向传输方向上，可以测量如下三个比值：

$$A_F = \frac{b_0}{a_0};\ B_F = \frac{b_3}{a_0};\ C_F = \frac{a_3}{a_0} \tag{1}$$

$$A_F = S_{m11} + C_F S_{m12} \tag{2a}$$

$$B_F = S_{m21} + C_F S_{m22} \tag{2b}$$

在反向传输方向上，可以测量如下三个比值：

$$A_R = \frac{b_3}{a_3};\ B_R = \frac{b_0}{a_3};\ C_R = \frac{a_0}{a_3} \tag{3}$$

$$A_R = S_{m22} + C_R S_{m21} \tag{4a}$$

$$B_R = S_{m12} + C_R S_{m11} \tag{4b}$$

所得到的S参数为：

$$S_{m11} = \frac{A_F - C_F B_R}{1 - C_F C_R} \tag{5a}$$

$$S_{m21} = \frac{B_F - C_F A_R}{1 - C_F C_R} \tag{5b}$$

$$S_{m22} = \frac{A_R - C_R B_F}{1 - C_F C_R} \tag{5c}$$

$$S_{m12} = \frac{B_R - C_R A_F}{1 - C_F C_R} \tag{5d}$$

校准步骤

S_{ij}是DUT的S参数，e_{ij}则是描述错误项。必须事先知道标准件的若干特性的取值。这些信息被称为“校准套件”。

$$\text{Thru}: S^{thru} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

将DUT的输入输出参考平面重叠到一起就得到了直通标准件，可用于确定DUT参考平面的位置。

$$S^{thru}_{m11} = e_{00} + e_{10}e_{01}\frac{e_{22}}{1 - e_{11}e_{22}} = R_{F1} \tag{6}$$

$$S^{thru}_{m12} = \frac{e_{01}e_{23}}{1 - e_{11}e_{22}} = T_{R1} \tag{7}$$

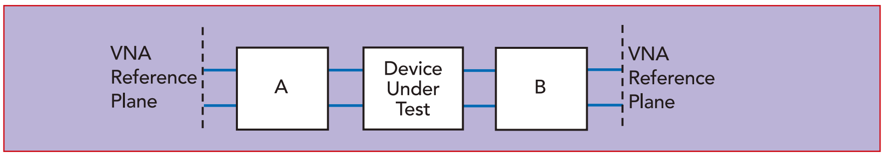

图1：校准模型包括DUT，以及其输入和输出端到VNA参考平面之间的过渡部分。

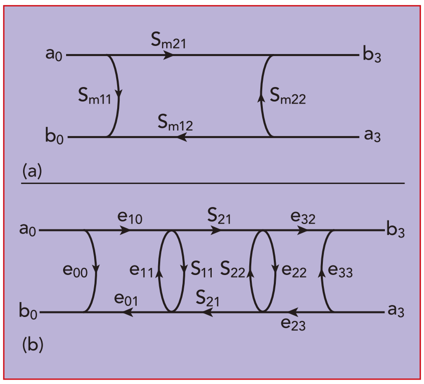

图2：DUT的S参数信号流图表示（a）。含八个误差项的误差模型叠加到DUT上（b）。

$$S_{m21}^{thru} = \frac{e_{10}e_{32}}{1-e_{11}e_{22}} = T_{F1} \quad (8)$$

$$S_{m22}^{thru} = e_{33} + e_{32}e_{23}\frac{e_{11}}{1-e_{11}e_{22}} = R_{R1} \quad (9)$$

$$\text{Line}: S^{line} = \begin{pmatrix} 0 & X \\ X & 0 \end{pmatrix}$$

尽管传输线标准件可以是任何无源对称双端口网络，但通常是采用|X|取值接近于1的传输线。[5] 然后参考阻抗就对应于这两个端口的特征阻抗。校准套件中使用的X的相位必须事先知道，可允许到90度以内误差。

$$S_{m11}^{line} = e_{00} + e_{10}e_{01}\frac{e_{22}X^2}{1-e_{11}e_{22}X^2} = R_{F2} \quad (10)$$

$$S_{m12}^{line} = \frac{e_{01}e_{23}X}{1-e_{11}e_{22}X^2} = T_{R2} \quad (11)$$

$$S_{m21}^{line} = \frac{e_{10}e_{32}X}{1-e_{11}e_{22}X^2} = T_{F2} \quad (12)$$

$$S_{m22}^{line} = e_{33} + e_{32}e_{23}\frac{e_{11}X^2}{1-e_{11}e_{22}X^2} = R_{R2} \quad (13)$$

$$\text{Reflect}: S^{ref} = \begin{pmatrix} \Gamma_B & 0 \\ 0 & \Gamma_B \end{pmatrix}$$

通常$|\Gamma_B|$取值接近1。两个端口上的反射系数的相位必须相同。如果不相同，则必须设法移动参考平面，直到找到相位相等的位置。校准套件中的Γ_B的相位也必须实现确定到90度以内误差。

$$S_{m11}^{ref} = e_{00} + \frac{e_{10}e_{01}\Gamma_B}{1-e_{11}\Gamma_B} = R_{F3} \quad (14)$$

$$S_{m22}^{ref} = e_{33} + \frac{e_{32}e_{23}\Gamma_B}{1-e_{22}\Gamma_B} = R_{R3} \quad (15)$$

计算方法

从等式6和10以及9和13可得：

$$R_{F1} - R_{F2} = \frac{e_{10}e_{22}}{e_{32}}(T_{F1} - T_{F2}X) \quad (16a)$$

$$R_{R1} - R_{R2} = \frac{e_{32}e_{11}}{e_{01}}(T_{R1} - T_{R2}X) \quad (16b)$$

如果按如下定义α和β：

$$\alpha = e_{11}e_{22} \text{ and } \beta = (R_{F1} - R_{F2})(R_{R1} - R_{R2}) \quad (17a)$$

$$\begin{cases} \beta = \alpha(T_{F1} - XT_{F2})(T_{R1} - XT_{R2}) \\ \dfrac{T_{F1}}{T_{F2}} = \dfrac{1-\alpha X^2}{(1-\alpha)X} \end{cases} \quad (17b)$$

我们可得到$|\alpha|$的两个表达式：

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{\beta}{(T_{F1} - XT_{F2})(T_{R1} - XT_{R2})} \\ \alpha = \dfrac{T_{F2} - XT_{F1}}{X(XT_{F2} - T_{F1})} \end{cases} \quad (18)$$

由此可得到X的二阶方程：

$$X^2 + \frac{\beta - T_{F1}T_{R1} - T_{F2}T_{R2}}{T_{F1}T_{R2}}X + \frac{T_{R1}T_{F2}}{T_{F1}T_{R2}} = 0 \quad (19)$$

该方程有两个解，对于损耗小的传输线来说，|X|的两个解的取值都接近于1，导致难以选择正确的解。因此选择$|\alpha| << 1$更为安全。

$$\alpha = \frac{\beta}{(T_{F1} - XT_{F2})(T_{R1} - XT_{R2})} \quad (20)$$

根据等式5和9，可知方向性（e_{00}和e_{33}）是入射信号的泄漏部分与反射信号的比值：

$$e_{00} = \frac{R_{F1}(1-\alpha)X^2 - R_{F2}(1-\alpha X^2)}{X^2 - 1} \quad (21a)$$

$$e_{33} = \frac{R_{R1}(1-\alpha)X^2 - R_{R2}(1-\alpha X^2)}{X^2 - 1} \quad (21b)$$

$$R'_{Fi} = R_{Fi} - e_{00} \text{ and } R'_{Ri} = R_{Ri} - e_{33} \quad (22)$$

从方程式14和6可得：

$$\frac{\Gamma_B}{e_{22}} = \frac{R'_{F3}}{R'_{F1} + \alpha(R'_{F3} - R'_{F1})} \quad (23a)$$

从方程15和9可得：

$$\Gamma_B e_{22} = \frac{R'_{R3}\alpha}{R'_{R1} + \alpha(R'_{R3} - R'_{R1})} \quad (23b)$$

因此：

$$\Gamma_B = \left(\frac{R'_{F3}R'_{R3}\alpha}{(R'_{F1} + \alpha(R'_{F3} - R'_{F1}))(R'_{R1} + \alpha(R'_{R3} - R'_{R1}))}\right)^{1/2} \quad (24)$$

端口失配项（e_{22}和e_{11}）为：

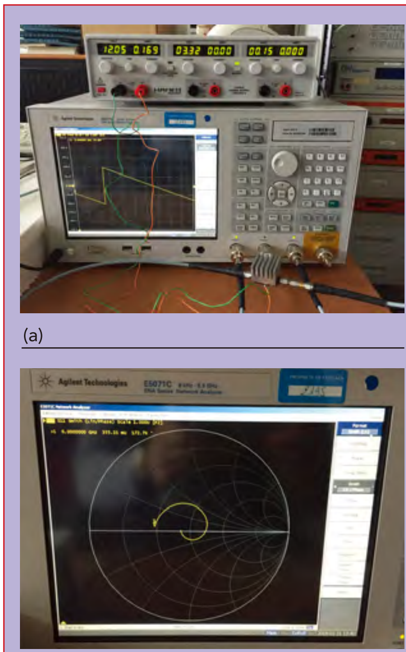

图3、矢量网络分析仪（a）和史密斯圆图上显示的S11（b）。

$$e_{22} = \frac{R'_{F1} + \alpha(R'_{F3} - R'_{F1})}{R'_{F3}}\Gamma_B \quad (25a)$$

$$e_{11} = \frac{\alpha}{e_{22}} \quad (25b)$$

以下所有结果均对应于传输项。只需要知道他们的乘积就足够了。

传输量跟踪：

$$e_{10}e_{32} = T_{F1}(1-\alpha) \quad (25c)$$

$$e_{01}e_{23} = T_{R1}(1-\alpha) \quad (25d)$$

反射量跟踪：

$$e_{10}e_{01} = \frac{R'_{F3}(1-e_{11}\Gamma_B)}{\Gamma_B} \quad (25e)$$

$$e_{23}e_{32} = \frac{R'_{R3}(1-e_{22}\Gamma_B)}{\Gamma_B} \quad (25f)$$

通过去嵌入提取DUT的S参数

S_{ij}分别对应于提取出的DUT的特性。下述的去嵌入技术通过消除一整套包裹在DUT周围的误差项来提取DUT的真实参数。

$$S_{11} = \frac{A_{11}(1+A_{22}e_{22}) - A_{12}A_{21}e_{22}}{(1+A_{11}e_{11})(1+A_{22}e_{22}) - A_{12}A_{21}e_{11}e_{22}} \quad (26)$$

$$S_{12} = \frac{A_{12}(1+A_{11}(e_{22} - e_{11}))}{(1+A_{11}e_{11})(1+A_{22}e_{22}) - A_{12}A_{21}e_{11}e_{22}} \quad (27)$$

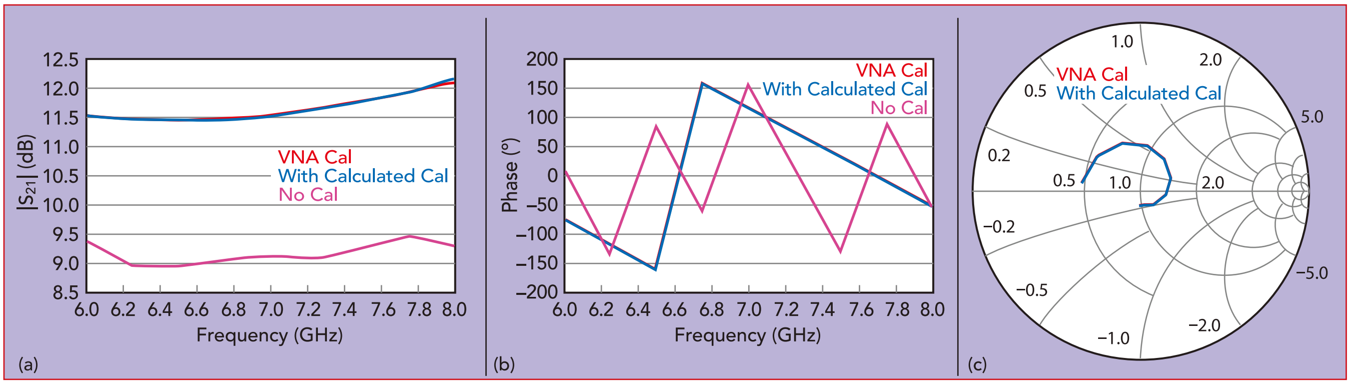

图4：使用VNA内部方法测量的和本文TRL方法计算的$|S_{21}|$（a），$\angle S_{21}$（b）和S_{11}（c）。

$$S_{21}=\frac{A_{21}\left(1+A_{22}\left(e_{22}-e_{11}\right)\right)}{\left(1+A_{11}e_{11}\right)\left(1+A_{22}e_{22}\right)-A_{12}A_{21}e_{11}e_{22}} \tag{28}$$

$$S_{22}=\frac{A_{22}\left(1+A_{11}e_{11}\right)-A_{12}A_{21}e_{11}}{\left(1+A_{11}e_{11}\right)\left(1+A_{22}e_{22}\right)-A_{12}A_{21}e_{11}e_{22}} \tag{29}$$

通过S_{mij}^{DUT}表示VNA参考平面之间测量到的DUT的S参数，

$$A_{11}=\frac{S_{m11}^{DUT}-e_{00}}{e_{10}e_{01}} \tag{30a}$$

$$A_{12}=\frac{S_{m12}^{DUT}}{e_{01}e_{23}} \tag{30b}$$

$$A_{21}=\frac{S_{m21}^{DUT}}{e_{10}e_{32}} \tag{30c}$$

$$A_{22}=\frac{S_{m22}^{DUT}-e_{33}}{e_{32}e_{23}} \tag{30d}$$

方法验证

将标称增益为10 dB的4至8 GHz放大器作为DUT，使用VNA进行了测量，以验证TRL校准方法和效率（参见图3）。图4显示了DUT传输系数的幅度$|S_{21}|$，图4b显示了它的相位。曲线对应于未经校准测量的S_{21}、使用VNA内部校准算法测量到的S_{21}和使用本文中描述的方法计算所得的S_{21}。结果显示两种校准方法之间几乎没有差异。图4c显示了在史密斯圆图上绘制的S_{11}，两条曲线分别表示使用VNA内置校准所得的测量值，以及使用本文中描述的方法计算出的值。所有曲线都显示了S_{11}和S_{21}的解析计算值与VNA内部校准算法确定的值之间的一致性。

结论

与众所周知的TRL校准方法对应的解析计算方法，相比传统的矩阵形式降低了计算复杂度。[3]这种方法可以扩展用于更多的测量情形，特别是对于差分输入和输出的情况。[6-7]■

参考文献

1. G. Antonini, A. C. Scogna and A. Orlandi, “De-Embedding Procedure Based on Computed/Measured Data Set for PCB Structures Characterization,” IEEE Transactions on Advanced Packaging, Vol. 27, No. 4, November 2004, pp. 597–602.
2. C. J. Ong, A. Tripathi, D. Miller and L. Tsang, “De-Embedding a Device Under Test (DUT) Using ‘Thru’ Measurements,” Electrical Performance of Electronic Packaging, October 2003.
3. H. J. Eul and B. Schiek, “Thru-Match-Reflect: One Result of a Rigorous Theory for De-Embedding and Network Analyzer Calibration,” 18th European Microwave Conference, September 1988.
4. G. F. Engen and C. A. Hoer, “Thru-Reflect-Line: An Improved Technique for Calibrating the Dual Six-Port Automatic Network Analyzer,” IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 27, No. 12, December 1979, pp. 987–993.
5. J. A. Reynoso-Hernandez, M. A. Pulido-Gaytan, A. Zarate-de Landa, J. E. Zuniga-Juarez, J. R. Monjardin-Lopez, A. Garcia-Osorio, D. Orozco-Navarro, J. R. Loo-Yau and M. C. Maya-Sanchez, “Using Lines of Arbitrary Impedance as Standards on the TRL Calibration Technique,” 81st ARFTG Microwave Measurement Conference, June 2013.
6. A. Ferrero and U. Pisani, “Two-Port Network Analyzer Calibration Using an Unknown Thru,” IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 2, No. 12, December 1992, pp. 505–507.
7. B. Hofmann and S. Kolb, “A Multistandard Method of Network Analyzer Self-Calibration Generalization of Multiline TRL,” IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 66, No. 1, January 2018, pp. 245–254.